

SCOMPOSIZIONE di POLINOMI

La scomposizione (o fattorizzazione) di un polinomio consiste nell'esprimere il polinomio come prodotto di due o più polinomi di grado inferiore. La scomposizione non è sempre possibile, un polinomio che non si può scomporre si dice Irriducibile. Esistono varie tecniche di scomposizione, a volte combinabili, ed in generale conviene verificarne l'applicabilità nel seguente ordine:

1) RACCOGLIMENTO TOTALE (o RACCOGLIMENTO A FATTORE COMUNE)

Individua il MCD tra i monomi che compongono il polinomio $P(x)$ (si può trattare di un coefficiente, di un monomio, di un binomio...), esso rappresenta il fattore da raccogliere; poi esprimi $P(x)$ come prodotto del fattore comune individuato per il polinomio che si ottiene dividendo ciascuno dei monomi di $P(x)$ per tale fattore.

$$\text{es) } 3x^2 - 6ax + 12xy = 3x(x - 2a + 4y)$$

2) RACCOGLIMENTO PARZIALE

A volte puoi applicare un raccoglimento totale (tipicamente raccogliendo un binomio) dopo aver raccolto in modo parziale tra gruppi di termini.

$$\text{es) } 3x + 6y - 2x^2 - 4xy \text{ raccogliendo a gruppi di due termini} = 3(x + 2y) - 2x(x + 2y)$$

ora puoi raccogliere in modo totale il binomio $(x + 2y)$, quindi è uguale a $(x + 2y)(3 - 2x)$

3) USO delle regole dei PRODOTTI NOTEVOLI

I casi più importanti sono:

a) Differenza tra quadrati: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

b) Quadrato di binomio: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$

ai quali **aggiungiamo le seguenti nuove regole**, fai attenzione ai segni e nota che il secondo fattore somiglia allo sviluppo di un quadrato di binomio (ma non ha il doppio prodotto!)

c) Somma tra cubi: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

d) Differenza tra cubi: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

4) TRINOMIO CARATTERISTICO (SOMMA/PRODOTTO)

È un particolare trinomio di II° grado dove il coefficiente della x^2 è 1 e gli altri due coefficienti si possono determinare secondo la regola:

$$x^2 + (a + b)x + a \cdot b = (x + a)(x + b)$$

$$\text{es) } a^2 - 10a + 16 = (a - 8)(a - 2)$$

Facendo attenzione ai segni, devi cercare tra i divisori del termine noto quei due numeri la cui somma ti dia il coefficiente centrale: $-8 + (-2) = -10$ e $-8 \cdot (-2) = +16$

5) USO del TEOREMA e della REGOLA di RUFFINI

Prima di tutto individua uno *zero del polinomio*, ovvero un valore che sostituito al posto della lettera nel polinomio $P(x)$ lo trasformi in un'espressione aritmetica che vale 0. Gli zeri del polinomio vanno cercati tra i divisori del termine noto. Se c è uno zero del polinomio, il polinomio è divisibile per $(x - c)$ ed il polinomio quoziente $Q(x)$ lo puoi determinare applicando la regola di Ruffini, allora $P(x) = Q(x) \cdot (x - c)$